2014年浙江省专升本统一考试高等数学真题试卷

题 号	一	二	三	四	总 分
得 分					

考试说明：

1、考试时间为 **150** 分钟；

2、满分为 **150** 分；

3、答案请写在试卷纸上，用蓝色或黑色墨水的钢笔、圆珠笔答卷，否则无效；

4、密封线左边各项要求填写清楚完整。

一、选择题（每个小题给出的选项中，只有一项符合要求：本题共有 **5** 个小题，每小题 **4** 分，共 **20** 分）

得分	阅卷人

1. 当 $x\to x_0$ 时,若 $f(x)$ 存在极限, $g(x)$ 不存在极限,则下列结论正确的是（　　）

A. 当 $x\to x_0$ 时， $f(x)g(x)$ 必定存在极限

B. 当 $x\to x_0$ 时， $f(x)g(x)$ 必定不存在极限

C. 当 $x\to x_0$ 时， $f(x)g(x)$ 若存在极限,则此极限必为零

D. 当 $x\to x_0$ 时， $f(x)g(x)$ 可能存在极限,也可能不存在极限

2. 曲线 $y=x^3-3x$ 上切线平行于 x 轴的点是（　　）

A.(0,0)　　B.(1,2)

C.(－1,2)　　D.(0,2)

3. 函数 $f(x)=(x^2-x-2)|x^3-x|$ 不可导点的个数是（　　）

A.3　　B.2

C.1　　　　D.0

4. 若 $f(x)=\frac{d}{dx}\int_0^x \sin(t-x)dt$，则 $f(x)=$（　　）

A. $-\sin x$　　　　B. $-1+\cos x$

C. $\sin x$　　　　D. 0

5. 微分方程 $y'+\frac{1}{x}y=\frac{1}{x(x^2+1)}$ 的通解是

A. $\arctan x+C$　　　　B. $\frac{1}{x}(\arctan x+C)$

C. $\frac{1}{x}\arctan x+C$　　　　D. $\frac{1}{x}+\arctan x+C$

二. 填空题:(只须在横线上直接写出答案,不必写出计算过程,每小题 4 分,共 40 分)

得分	阅卷人

6. 设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续，且 $f(2)=3$，则

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x}f(\frac{\sin 2x}{x})=$______.

7. 设 $f(x)=\begin{cases}1+x, & x<0\\ 1, & x\geq 0\end{cases}$，则 $f[f(x)]=$______.

8. 曲线 $y=x\ln(e+\frac{1}{x})$（$x>0$）的渐近线方程是______.

9. 设 $y=\ln\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$，则 $y'|_{x=0}=$______.

10. 曲线 $y=\frac{1}{1+x^2}$（$x>0$）的拐点是______.

11. 由曲线 $y=x$ 和 $y=x^2$ 所围成的平面图形的面积是______.

12. 将函数 $f(x)=\sin^2 x$ 展开成 x 的幂级数为______.

13. 设 $(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=1$,则 $[(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})]\cdot(\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a})=$______.

14. 微分方程 $(1+x)ydx+(1-y)xdy=0$ 的通解为______.

15. 设二阶常系数线性齐次微分方程 $y''+ay'+by=0$ 的通解为 $\widetilde{y}=C_1e^x+C_2e^{2x}$，那么非齐次方程 $y''+ay'+by=1$ 满足条件 $y(0)=2$，$y'(0)=-1$ 的解为______.

三、计算题：本大题共 8 小题，其中 16-19 小题每小题 7 分，20-23 小题每小题 8 分，共 60 分. 计算题必须写出必要的计算过程，只写答案的不给分.

得分	阅卷人

16. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\sin^2 x+e^x)-x}{\ln(x^2+e^{2x})-2x}$.（7 分）

17. 确定函数 $f(x)=\dfrac{1}{1-e^{\frac{x}{1-x}}}$ 的间断点及类型.（7 分）

18. 设函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases}x=t-\ln(1+t)\\ y=t^2+t\end{cases}$ 所确定，求 $\dfrac{d^2y}{dx^2}$.（7 分）

19. 在曲线 $y=x^2-x$ 上求一点 P，使点 P 到定点 $A(0,1)$ 的距离最近.（7 分）

20. 求 $\int \frac{1}{\sqrt{x}\sin^2\sqrt{x}}dx$. （8 分）

21. 设 $f'(\sin^2 x) = \cos 2x + \tan^2 x$，$f(0) = 0$. 当 $0 < x < 1$ 时，求 $f(x)$.（8 分）

22. 根据 α 的取值情况,讨论级数 $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n-2}}{n^{\alpha}}$ 的敛散性. （8 分）

23. 求过点 $M(1,2,-1)$ 且与直线 $\begin{cases} x = 1 - z \\ y = 3z - 1 \end{cases}$ 垂直的平面方程. （8 分）

四、综合题：本大题共 3 小题，每小题 10 分，共 30 分.

得分	阅卷人

24. 设函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x^{2n-1}+ax^2+bx}{x^{2n}+1}$ 是连续函数，试求 a，b 的值.（10 分）

25. 设 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=1$，且 $f''(x)>0$，证明：$f(x)\geq x$.　（10 分）

26. 已知 $\int_x^{2\ln 2}\dfrac{dt}{\sqrt{e^t-1}}=\dfrac{\pi}{6}$，求 x 的值.（10 分）

2014 年高等数学真题试卷参考答案及评分标准

一、选择题（每个小题给出的选项中，只有一项符合要求：本题共有 **5** 个小题，每小题 **4** 分，共 **20** 分）

题　号	1	2	3	4	5
答　案	D	C	B	A	B

1.D

解析：极限运算法则，可以举反例，若 $f(x)=x^2$， $g(x)=\ln x$，则

$\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}x^2=0$， $\lim\limits_{x\to0^+}g(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\ln x=-\infty$，但

$\lim\limits_{x\to0^+}f(x)\cdot g(x)=\lim\limits_{x\to0^+}x^2\ln x=0$；若 $f(x)=2$， $g(x)=\sin\dfrac{1}{x}$，则

$\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}2=2$， $\lim\limits_{x\to0^+}g(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\sin\dfrac{1}{x}$不存在，但

$\lim\limits_{x\to0^+}f(x)\cdot g(x)=\lim\limits_{x\to0^+}2\sin\dfrac{1}{x}$不存在；可见选项 D 正确。

2.C

解析：由导数几何意义可知， $k\ =y'(x_0)=3x_0^2-3=0$，所以切点坐标为

$(1,-2)$ 或 $(-1,2)$ 即选项 C 正确。

3.B

解析：导数定义，

$$f'(0)=\lim_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\lim_{x\to0}\frac{(x^2-x-2)|x^3-x|}{x}=\lim_{x\to0}\frac{(x^2-x-2)|x^2-1||x|}{x}$$

所以 $$f'_-(0)=\lim_{x\to0^-}\frac{(x^2-x-2)|x^2-1||x|}{x}=2$$

$$f'_+(0)=\lim_{x\to0^+}\frac{(x^2-x-2)|x^2-1||x|}{x}=-2$$

所以函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处不可导；同理，

$$f'(1)=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x^2-x-2)|x^3-x|}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x^2-x-2)|x(x+1)||x-1|}{x-1}$$

所以， $f'_-(1)=\lim\limits_{x\to 1^-}-(x^2-x-2)|x(x+1)|=4$

$f'_+(1)=\lim\limits_{x\to 1^+}(x^2-x-2)|x(x+1)|=-4$，所以函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处不可导；

$$f'(-1)=\lim_{x\to -1}\frac{f(x)-f(-1)}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{(x^2-x-2)|x^3-x|}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{(x-2)(x+1)|x^3-x|}{x+1}$$

$=\lim\limits_{x\to -1}(x-2)|x^3-x|=0$，所以函数 $f(x)$ 在 $x=-1$ 处可导；

综上可知，函数 $f(x)$ 共有 2 个不可导点，选项 B 正确。

4.A

解析：变限函数求导数，因为 $\int_0^x \sin(t-x)dt \underline{\underline{u=t-x}} \int_{-x}^0 \sin u du$，所以

$\frac{d}{dx}\int_0^x \sin(t-x)dt=\frac{d}{dx}\int_{-x}^0 \sin u du=0-\sin(-x)\cdot(-1)=-\sin x$，可见选项 A 正确。

5.B

解析：一阶线性微分方程，由通解公式可得

$$y=e^{-\int p(x)dx}[\int Q(x)\cdot e^{\int p(x)dx}dx+C]$$

$$=e^{-\int\frac{1}{x}dx}[\int\frac{1}{x(x^2+1)}\cdot e^{\int\frac{1}{x}dx}dx+C]=e^{-\ln x}[\int\frac{1}{x(x^2+1)}\cdot e^{\ln x}dx+C]$$

$=\frac{1}{x}[\int\frac{1}{x^2+1}dx+C]=\frac{1}{x}(\arctan x+C)$，可见选项 B 正确。

二. 填空题:(只须在横线上直接写出答案,不必写出计算过程,每小题 4 分,共 40 分)

6.9

解析：利用连续性求极 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x}f(\frac{\sin 2x}{x})=3\lim\limits_{x\to 0}f(\frac{\sin 2x}{x})=3f(2)=9$

7. $\begin{cases} 2+x, & x<-1 \\ 1, & x\geq -1 \end{cases}$

解析：求复合函数的表达式，$f[f(x)]=\begin{cases} 1+f(x), & f(x)<0 \\ 1, & f(x)\geq 0 \end{cases} \Rightarrow$

$f[f(x)]=\begin{cases} 2+x, & x<-1 \\ 1, & x\geq -1 \end{cases}$.

8. $y=x+\frac{1}{e}$

解析：计算斜渐近线，设直线 $y=ax+b$ 为所求曲线的渐近线，则

$$a=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x\ln(e+\frac{1}{x})}{x}=\lim_{x\to\infty}\ln(e+\frac{1}{x})=\ln e=1,$$

$$b=\lim_{x\to\infty}[f(x)-ax]=\lim_{x\to\infty}[x\ln(e+\frac{1}{x})-x]=\lim_{x\to\infty}\frac{\ln(e+\frac{1}{x})-1}{\frac{1}{x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{e+\frac{1}{x}}=\frac{1}{e}$$

所以，斜渐近线为 $y=x+\frac{1}{e}$.

9. -1

解析：求导函数，因为 $y=\ln\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}=\frac{1}{2}\ln\frac{1-x}{1+x}=\frac{1}{2}[\ln(1-x)-\ln(1+x)]$

所以 $y'=\frac{1}{2}[\frac{-1}{1-x}-\frac{1}{1+x}]$，故 $y'(0)=-1$.

10. $(\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{3}{4})$

解析：求曲线的拐点，当 $x>0$ 时，$y'=\frac{-2x}{(1+x^2)^2}$，$y''=\frac{2(3x^2-1)}{(1+x^2)^3}$

令 $y''=0$，得 $x=\frac{1}{\sqrt{3}}$，所以拐点为 $(\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{3}{4})$.

11. $\dfrac{1}{6}$

解析：据题意画图，求所围平面图形的面积

$$S=\int_0^1 (x-x^2)dx=(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x^3)\Big|_0^1=\frac{1}{6}$$

12. $\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n(2x)^{2n}}{(2n)!}$， $x\in(-\infty,+\infty)$

解析：麦克劳林展式， $f(x)=\sin^2 x=\dfrac{1-\cos 2x}{2}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}\cos 2x$，又因

$\cos x=\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{(2n)!}x^{2n}$， $x\in(-\infty,+\infty)$，所以 $\cos 2x=\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{(2n)!}(2x)^{2n}$

即 $f(x)=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n(2x)^{2n}}{(2n)!}$， $x\in(-\infty,+\infty)$.

13. 2

解析：混合积，向量积运算法则，在混合积计算中，如有两向量相同，则混合积为 0.因此，

$$[(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})]\cdot(\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a})=[\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})+\boldsymbol{b}\times(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})]$$

$$=[\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}]\cdot(\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a})$$

$$=[\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}]\cdot(\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a})=(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}+(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c})\cdot\boldsymbol{c}+(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c})\cdot\boldsymbol{a}$$

$$+(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c})\cdot\boldsymbol{c}+(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c})\cdot\boldsymbol{a}=(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}+(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c})\cdot\boldsymbol{a}=2(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=2.$$

14. $\ln|xy|+x-y+C=0$， C 为任意常数

解析：可分离变量的微分方程， $(1+x)ydx+(1-y)xdx=0\Rightarrow$

$\dfrac{1+x}{x}dx=\dfrac{y-1}{y}dy$，故

$$\int(1+\frac{1}{x})dx=\int(1-\frac{1}{y})dy\Rightarrow x+\ln|x|+C=y-\ln|y|,$$

即通解为 $y=x+\ln|xy|+C$，C为任意常数.

15. $y=4e^x-\frac{5}{2}e^{2x}+\frac{1}{2}$

解析：求二阶线性常系数非齐次方程的通解，特征方程为$r^2+ar+b=0$，

$r_1=1$，$r_2=2$，即$(r-1)(r-2)=0$，$r^2-3r+2=0$，

故$a=-3$，$b=2$.

所以原微分方程为$y''-3y'+2y=1$，由于$\lambda=0$不是特征方程的根，取

$k=0$，因此，设特解$y^*=A$，则$(y^*)'=0$，$(y^*)''=0$，代入可得$A=\frac{1}{2}$所

以$y^*=\frac{1}{2}$，所以$y''-3y'+2y=1$的通解为$y=C_1e^x+C_2e^{2x}+\frac{1}{2}$，

再由$y(0)=2$，$y'(0)=-1$，可得$C_1=4$，$C_2=-\frac{5}{2}$，故满足初始条件的

特解为$y=4e^x-\frac{5}{2}e^{2x}+\frac{1}{2}$.

三、计算题：本大题共 8 小题，其中 16-19 小题每小题 7 分，20-23 小题每小题 8 分，共 60 分.

16. 解：$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(\sin^2 x+e^x)-x}{\ln(x^2+e^{2x})-2x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln[e^x(e^{-x}\sin^2 x+1)]-x}{\ln[e^{2x}(e^{-2x}x^2+1)]-2x}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\ln(e^{-x}\sin^2 x+1)}{\ln(e^{-2x}x^2+1)}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{e^{-x}\sin^2 x}{e^{-2x}x^2}=1$$ ……7 分

17. 解:

(1) 间断点为$x=0$和$x=1$

$\lim\limits_{x\to 0}f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{1-e^{\frac{x}{1-x}}}=\infty$，

故$x=0$是第二类无穷间断点； ……3 分

(2) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{1}{1-e^{-(1+\frac{1}{x-1})}}=0$；

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{1}{1-e^{-(1+\frac{1}{x-1})}}=1$

$x=1$是第一类跳跃间断点. ……7 分

18. 解: $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{dy/dt}{dx/dt}=\dfrac{2t+1}{1-\dfrac{1}{1+t}}=2t+3+\dfrac{1}{t}$， ……3 分

$\dfrac{d^2y}{dx^2}=\dfrac{d}{dx}(\dfrac{dy}{dx})=\dfrac{d}{dt}(\dfrac{dy}{dx})\cdot\dfrac{dt}{dx}=(2-\dfrac{1}{t^2})(1+\dfrac{1}{t})=2+\dfrac{2}{t}-\dfrac{1}{t^2}-\dfrac{1}{t^3}$ ……7 分

19. 解: 设点 P 的坐标是 (x,x^2-x)，则

$|PA|=\sqrt{x^2+(x^2-x-1)^2}$，

令 $f(x)=x^2+(x^2-x-1)^2$，

由 $f'(x)=2(x-1)^2(2x+1)=0$，得

驻点 $x=1$，$x=-\dfrac{1}{2}$. ……3 分

划分定义域并列表如下：

x	$(-\infty,-\frac{1}{2})$	$-\frac{1}{2}$	$(-\frac{1}{2},1)$	1	$(1,+\infty)$
$f'(x)$	－	0	+	0	+
$f(x)$	↓	极小值	↑	不取极值	↑

由表可知，函数 $f(x)$ 在 $x=-\dfrac{1}{2}$ 处取极小值，且极小值为 $f(-\dfrac{1}{2})$ 结合 $f(x)$ 的单调性可知此极小值且为最小值 $\dfrac{5}{16}$，故点 P 的坐标为 $(-\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{4})$，且最近距

离为 $\frac{\sqrt{5}}{4}$. 所以点 $P(-\frac{1}{2},\frac{3}{4})$ 即为所求的点. ……7 分

20. 解: $\int \frac{1}{\sqrt{x}\sin^2\sqrt{x}}dx = 2\int \frac{1}{\sin^2\sqrt{x}}d\sqrt{x}$

$= -2\cot\sqrt{x} + C$，C为任意常数 ……8 分

21. 解: $f'(\sin^2 x) = \cos 2x + \tan^2 x = 1 - 2\sin^2 x + \frac{\sin^2 x}{1-\sin^2 x}$,

所以 $f'(x) = 1 - 2x + \frac{x}{1-x}\ (0 < x < 1)$，$f(0) = 0$ ……4 分

因此 $f(x) = \int_0^x f'(t)dt = -x^2 - \ln(1-x)\ (0 < x < 1)$ ……8 分

22. 解: 将级数的一般项进行分子有理化，得到

$$u_n = \frac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n-2}}{n^\alpha} = \frac{4}{n^\alpha(\sqrt{n+2}+\sqrt{n-2})},$$

所以有 $\lim_{n\to\infty} n^{\alpha+\frac{1}{2}} \cdot u_n = 2$. ……2 分

(1) 当 $\alpha > \frac{1}{2}$ 时,

由于 $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n^{\alpha+\frac{1}{2}}}$ 收敛,

因此级数 $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n-2}}{n^\alpha}$ 收敛; ……5 分

(2) 当 $\alpha \le \frac{1}{2}$ 时,

由于 $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n^{\alpha+\frac{1}{2}}}$ 发散,

因此级数发 $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n-2}}{n^\alpha}$ 散. ……8 分

23. 解: 由题意，得

已知直线的点向式方程为 $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z}{1}$

所以已知直线的方向向量是(－1,3,1)，即为所求平面的法向量.

所以所求平面的方程是 $-(x-1)+3(y-2)+(z+1)=0$

即 $x-3y-z+4=0$. ……8 分

四、综合题：本大题共 3 小题，每小题 10 分，共 30 分.

24. 解当 $|x|<1$ 时，$\lim\limits_{n\to\infty}x^{2n}=0$，所以

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^{2n-1}+ax^2+bx}{x^{2n}+1}=ax^2+bx;$$

当 $|x|>1$ 时，$f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x^{2n-1}+ax^2+bx}{x^{2n}+1}==\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\frac{1}{x}-\frac{a}{x^{2n-2}}+\frac{b}{x^{2n-1}}}{1+\frac{1}{x^{2n}}}=\dfrac{1}{x}$；

当 $x=1$ 时，$f(1)=\dfrac{1+a+b}{2}$；当 $x=-1$ 时，$f(-1)=\dfrac{-1+a-b}{2}$，所以

$$f(x)=\begin{cases}ax^2+bx, & |x|<1\\ \dfrac{1}{x}, & |x|>1\\ \dfrac{1+a+b}{2}, & x=1\\ \dfrac{-1+a-b}{2}, & x=-1\end{cases}$$ ……4 分

又因函数 $f(x)$ 处处连续，所以 $\lim\limits_{x\to1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to1^-}(ax^2+bx)=a+b=f(1)$，

$\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{1}{x}=1=f(1)$，因 此 $\dfrac{1+a+b}{2}=a+b=1$，即 $a+b=1$ ①

同理，$\lim\limits_{x\to-1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{1}{x}=-1=f(-1)$，

$\lim\limits_{x\to-1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to-1^+}(ax^2+bx)=a-b=f(-1)$，因此

$\dfrac{-1+a-b}{2}=a-b=-1$，即 $a-b=-1$ ②

由①②解得 $a=0$，$b=1$ ……10 分

25. 解: 因为函数 $f(x)$ 连续且具有一阶导数,

故由 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=1$，得

$f(0)=0$ $f'(0)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=1$. ……5 分

由 $f(x)$ 的泰勒公式，得

$f(x)=f(0)+f'(0)x+\dfrac{f''(\xi)}{2}x^2=x+\dfrac{f''(\xi)}{2}x^2$，$\xi$ 介于 0 和 x 之间

因为 $f''(x)>0$，所以 $f(x)\ge x$. ……10 分

26. 解: 设 $u=\sqrt{e^t-1}$，则 $e^t=u^2+1$，$e^t dt=2udu$. ……2 分

$$\int_x^{2\ln 2}\frac{dt}{\sqrt{e^t-1}}=\int_{\sqrt{e^x-1}}^{\sqrt{3}}\frac{1}{u}\cdot\frac{2u}{1+u^2}du=\int_{\sqrt{e^x-1}}^{\sqrt{3}}\frac{2}{1+u^2}du$$

$$=2\arctan u\Big|_{\sqrt{e^x-1}}^{\sqrt{3}}=2(\arctan\sqrt{3}-\arctan\sqrt{e^x-1})$$

$$=\frac{2\pi}{3}-2\arctan\sqrt{e^x-1}=\frac{\pi}{6}.$$ ……7 分

所以 $\arctan\sqrt{e^x-1}=\dfrac{\pi}{4}$，即 $\sqrt{e^x-1}=1$，

因此 $x=\ln 2$. ……10 分